Articulo de Stefan Fellner sobre Martin Schmid en el catalogo de la exposición: ‚Las Misiones Jesuíticas de Bolivia, Martin Schmid 1694-1772, Misionero, Músico y Arquitecto entre los Chiquitanos', Otoño 1996 en Santa Cruz de la Sierra, Bolivia. Redacción de la exposición y del catálogo: Eckart Kühne, Zürich / Concepción.

«Ya que entiendo la música... »

Principios musicales en la arquitectura de Martin Schmid

Stefan Fellner

«La suerte que he tenido al haber sido mandado a estas misiones surgió ya que entiendo la música y, hasta ahora veo porque el destino divino me guió para aprender la música desde joven y lo he podido aprovechar para hacer de estos indios no sólo cristianos fieles sino también músicos. Los indios hasta la fecha todavía no conocieron ni la música como un arte ni conocieron u oyeron notas musicales.» (Schmid 1988: 70)

El Padre Martin Schmid escribió estas palabras en 1730 en camino a su determinación en las reducciones de Chiquitos. Fue llamado a estas nuevas misiones como músico para incluir la *educación musical* en la cristianización. La obra que pudo construir viviendo allí hasta la expulsión, está basada en la reacción positiva de los indígenas a la música barroca europea que se tocaba en las iglesias.

«En todas las misiones se conoce la importancia de que los indios tengan esta música. Todos los indios tienen una inclinación particular hacia la música, lo que provoca que estén muy atentos en las iglesias y a la vez estén muy animados para cualquier actividad.» (ibid.)

Las actividades diversas de Martin Schmid abarcan en los primeros quince años desde *clases de música* y *composiciones* para uso litúrgico hasta la construcción de instrumentos musicales de diferente tipo. De sus cartas se sabe de que tuvo mucho éxito. Relata también con mucha alegría de las tres *construcciones de iglesias* que realizó en los años de 1745 hasta 1756. Ellas forman la cima de su obra y son de una calidad extraordinaria en la misiones jesuíticas. Sin duda se puede buscar el origen de su acierto arquitectónico en su modo de pensar musical.

Música y Arquitectura

Martin Schmid es uno de los pocos músicos que construyeron arquitectura. En el sentido del «*arte de inventar*», Schmid necesitaba «la habilidad de deducir sabidurías desconocidas de otras conocidas.» (Wolff 1738: § 545). Así como era capaz de construir instrumentos musicales sin conocimientos especiales, habría confiado en los principios generales y universales de la música proyectando sus obras arquitectónicas. Desgraciadamente no se encuentran comentarios suyos que pudieran aclarar el fundamento de su arquitectura. Sin embargo, en las obras arquitectónicas y su estructura de medición se encuentran suficientes indicaciones para seguir las huellas de las teorías arquitectónicas y musicales del Renacimiento y del barroco.

En los tiempos pasados, una y otra vez había arquitectos que emprendieron la tarea de orientar sus sistemas de orden arquitectónico en la estética numérica de la teoría musical constante desde hace siglos. Del descubrimiento de Pitágoras que los intervalos de los tonos corresponden a proporciones numéricas proviene una imagen completa del cosmos perceptible por los sentidos. Las reglas matemáticas formaron un concepto racional de armonía, que permaneció como «*número sonoro*» hasta la mitad del siglo XVIII. En la edad moderna temprana el conocimiento sobre las raíces

antiguas era todavía muy escaso. El único tratado arquitectónico que ha llegado a la posteridad, el «*De architectura libri decem*» de *Vitruvio* (100 a.C.), menciona relaciones con la música sólo al margen. La teoría de música antigua de *Boecio* (siglo VI) era difícil de comprender, ya que se basa en fuentes que eran inaccesibles en el Renacimiento. Se encuentran intentos para llenar estos vacíos en las ediciones comentadas de la obra de Vitruvio. En particular los arquitectos *Leon Battista Alberti* (1404-1472) y *Andrea Palladio* (1505-1580) indagaban – desde la perspectiva actual de su tiempo – conocimientos dados por perdidos (Naredi-Rainer 1977), y crearon un canon de proporciones arquitectónicas que refleja la teoría musical helenística (Wittkower 1949). Proporciones de números enteros que corresponden a intervalos musicales determinan elementos significativos en su arquitectura. De manera consequente Alberti legimita sus teorías con la música porque para él «*la ley de la belleza encontró en la música y en sus proporciones numéricas su expresión más clara*».[1] (Naredi-Rainer 1982: 23)

Intervalos musicales

Las proporcionens numéricas en la música describen el orden de los sonidos armónicos o *consonantes* entre sí. Desde el principio del siglo XVIII la acústica física explica estos intervalos como productos de la vibración de los armónicos (Dostrovsky 1989: 44-45). En las medidas y la geometría de los instrumentos musicales que construyó Schmid muchos años antes de su primera iglesia se revelan las leyes acústicas y físicas del sonido y de las armonías, que se pueden mostrar con la cuerda vibrante del *monochordio*[2] (figura 1): parecida a una columna de aire produce armónicos con frecuencias que son múltiples (de números enteros) de la frecuencia básica. Los tonos parciales sólo suenan como sonidos armónicos si tienen un parentesco aritmético con los armónicos de la frecuencia básica.[3]

a) El intervalo básico de la medición musical es la *octava* (1/2) que corresponde a la altura de tono de una cuerda dividida por la mitad; a la tercera parte o al tercio suena la *quinta* (2/3), en la cuarta parte suena la *cuarta* (3/4), en la novena parte una segunda mayor (*tono entero mayor*, 8/9) relativo al tono básico de la cuerda no dividida.

b) La *diatónica pitagórica* definió escalas de tonos enteros con la medida base de cuatro unidades. Las proporciones de los números enteros más pequeños describen entre sí los intervalos matemáticos más sencillos, las *consonantes nobles*. El *tetracordio* 1:2:3:4 corresponde a las divisiones de la octava doble (1/4) en dos octavas (1/2), en la octava + quinta (1/3) y cuarta (3/4); y de la octava (1/2) en quinta (2/3) y cuarta (3/4).[4]

c) Los pitagóricos consideraron como *fuente de las consonancias* el tetracordio 6:8:9:12 y su concordancia con la división de la octava (6/12=1/2) en la cuarta (9/12=3/4) y la quinta (6/9=2/3), así como en la quinta (8/12=2/3) y la cuarta (6/8=3/4); entre ambas cuartas surge una segunda mayor (tono entero mayor, 8/9).[5] Estas definiciones muestran la relación estrecha con la estética numérica: todos los números son potencias de uno y tres o sus productos, todas las proporciones tienen un numerador que sobrepasa el denominador de uno.[6]

d) Los sistemas sonoros más refinados de la edad moderna temprano requerían que se incluyeran terceras (6/5 y 5/4) y sextas (8/5 y 5/3), y como resultado la definición de *escalas cromáticas* completas de tonos enteros y semitonos. Estas hacen posible que sean veinticuatro diferentes tonalidades con tonos enteros y semitonos con intervalos de diferente tamaño a causa de la división progresiva de la octava (figura 2).[7] En el área numérica de 24 a 48 los tonos enteros concuerdan con números enteros.

Proporciones arquitectónicas

La base de una arquitectura *numéricamente* proporcionada[8] es un sistema de medición muy claro como lo revelan los levantamientos de los edificios de Martin Schmid (véase los planos). Como sistema de medición se utilizó la *vara castellana* (1 vara = 83,59 cm), que está dividida en tres pies (1 pie = 27,9 cm) o cuatro palmos (1 palmo = 20,9 cm). Las dimensiones más importantes están expresas en *medidas en palmos* (pl) con números enteros.

Se encuentran pruebas de que Schmid utilizaba para la realización precisa de sus edificios una red de triángulos pitagóricas, que le facilitaban la colocación de las cuerdas de replanteo de los muros y horcones para el control de que estuvieran en el ángulo recto y con medidas muy precisas.[9]

El análisis detallado muestra una serie de proporciones de números enteros en varias partes de los edificios; servirá como ejemplo el muro de la nave lateral de la iglesia de *San Javier* (figura 8):

El borde exterior del arco de la arcada ciega forma un círculo que toca al piso de la iglesia y al borde inferior de la cornisa. Su diámetro (24 pl) corresponde al espacio entre los tirantes del techo *(1/1).* El borde inferior de la cornisa (24 pl) tiene con el intradós interior de la ventana (12 pl) la proporción de una octava *(2/1).*

La proporción de la altura del dintel (18 pl) y del intradós interioir de la ventana es de una *quinta (3/2).* La proporción de la luz de la ventana (altura 12 pl, anchura 9 pl) es de una *cuarta (4/3).* La altura del intradós interior de la ventana (15 pl) y su ancho (12 pl) tienen la proporción de una *tercera mayor (5/4).*

El sentido musical de estas proporciones está en el concierto de quinta y cuarta, que son dos intervalos complementarios que se completan a la octava.

Además de las *consonantes nobles* existen también intervalos de tonos enteros y semitonos (elementos constituyentes en la *escala diatónica)* como proporciones de importancia:

La altura del borde inferior de la cornisa (24 pl) y la distancia entre dos pilastras (21 $^{1}/_{3}$ pl) tienen la proporción de un *tono entero mayor (9/8).* Entre la altura del borde superior de la cornisa (27 pl) y la de su borde inferior (24 pl) la proporción es también de un *tono entero mayor (9/8).* Entre el borde inferior de la imposta superior (16 pl) y el borde superior de la imposta inferior (15 pl) la proporción es de un *semitono diatónico (16/15).*

En la totalidad de los edificios se observa esta relación entre las proporciones musicales y arquitectónicas. Las proporciones se efectúan por un orden jerárquico: los bordes más importantes del diseño corresponden a los consonates nobles, y los elementos subordinarios corresponden a intervalos musicales de menor importancia. De esta manera la arquitectura de Schmid se incluye en la tradición del «número sonoro» de Alberti o Palladio, la que seguramente conocía. Sin embargo, su enfoque consecuente hasta la sobrepasa, ya que muy pocas proporciones son añadidas o usadas de manera aislada; la mayoría nace directamente de las series numéricas del sistema de medición.

Pedagogía

Para Martin Schmid la arquitectura y los instrumentos musicales eran medios para la cristianización formando parte de las tareas del misionero: «Todo esto y mucho más tienen los misioneros que hacer; no sólo son curas párrocos que deben predicar, oír confesión y gobernar las almas, también son responsables por la vida y la salud de sus parroquianos y deben procurar todo lo que se necesita para su pueblo, *pues el alma no se puede salvar si el cuerpo perece.* Por lo tanto los misioneros son concejales y jueces, médicos, albañiles, carpinteros, herreros, cerrajeros, zapateros, sastres, molineros, panaderos, cocineros, pastores, jardineros, pintores, escultores, torneros,

carroceros, ladrilleros, alfareros, tejedores, curtidores, fabricantes de cera y velas, estañeros y muchas cosas más, en vista que deben reemplazar a todos los artesanos que hay comúnmente en un pueblo.» (Schmid 1981: 147, resaltado SF)

Estas tareas forman parte de un concepto pedagógico, que inventaba educar a los indígenas para el el *régimen civil de la razón*, como lo expuso el filósofo alemán *Christian Wolff* en su *«Filosofía práctica general»*. Según este concepto, los *«salvajes buenos»* estaban perdidos sin la *fe verdadera* y tenían que ser guidados y *reducidos* hacia la salvación cristiana; desde su nivel de entendimiento presuntamente bajo podían desarrollarse paso a paso. Las exposiciones de Schmid, quien llevaba consigo obras de Wolff (Hoffmann 1981: 16), al igual de las de sus compañeros (Knogler 1970), se leen como la realización práctica de la filosofía de Wolff.[10] Mientras que los indígenas «no tenían uso de la razón, había que guiarlos con la ayuda de los sentidos» (Wolff 1985: 39). La música se consideraba como medio ideal para despertar los sentidos y desarrollar el entendimiento. El lugar especial que está tuvo en las misiones jesuíticas se explica también en su definición como arte matemático (usual hasta el siglo XVIII) y elemento esencial de la cultura occidente.

Concepto estético

Martin Schmid dice sobre sus iglesias: «No sé si ya les he escrito que he construido una nueva iglesia en el pueblo de San Rafael. Quisiera que pudieran verla: Los dejará asombrados y llenos de alegría, como les sucedió a nuestros indios quienes dijeron, cuando la nueva iglesia se terminó, que ahora irían a la iglesia nueva con mayor alegría y afán (...) Después de terminar la nueva iglesia en San Rafael, fui llamado al pueblo de San Javier para hacer allí una obra parecida. Cumplí con la orden y pude *mejorar múltiples cosas* (...) a gran satisfacción y alegría de los indios. Luego pidieron los habitantes del próximo pueblo, de Concepción, (...) que levantará allí tambien una iglesia nueva y hermosa, imprescindible para ellos, según me declararon (...) Tuve que construir, por lo tanto, tambien esta tercera iglesia que, en realidad, es tan hermosa como las otras, de modo que también los indios de este pueblo van de mil amores a la iglesia.» (Schmid 1981: 149-150, resaltado SF)

Las *«múltiples cosas»* en la descripción del efecto de sus edificios son la única referencia hecha por Schmid apuntado a un concepto estético esconcido. Su *mejoramiento* hace suponer un desarrollo en cuanto a su contenido. Sin embargo, las tres iglesias tienen muy pocas diferencias formales; tanto la estructura como la técnica constructiva y muchos detalles importantes quedan igual desde la primera iglesia en San Rafael. Los cambios más evidentes afectan las medidas de base, como muestran las secciones (figuras 4, 7, 10):

La altura hasta el tirante de la armadura corresponde en todas las iglesias al espacio entre las paredes laterales de presbiterio y forma así un cuadrado (destacada en la sección con su círculo inscrito). Esta es la *medida de base* de la construcción: $37\ ^{1}/_{3}$ pl en San Rafael, 40 pl en San Javier y $45\ ^{1}/_{3}$ pl en Concepción. De la inclinación del techo (2/1) se derivan, partiendo del borde superior de las vigas principales (cabio y tirante), la posición de la viga cumbrera, de los arbotantes y de los cabios inferiores (viga en el muro y viga del corredor). Con el incremento de la altura del techo en las iglesias de San Javier y Concepción se cambia la altura de la pared lateral, así que los arbotantes pueden asentarse encima de la cornisa sin interrumpirla. Se cambia también la proporción de la interpilastra de los muros laterales (figuras 5, 8, 11):

En *San Rafael* el borde superior del ábaco de la pilastra (25 pl) corresponde a la distancia entre ejes del intercolumnio (1/1); su proporción con la distancia entre las pilastras ($20\ ^{5}/_{6}$ pl) es de una *tercera menor (6/5).*

En *San Javier* la proporción de la interpilastra debajo de la cornisa (24 pl) y entre las plilastras (21 $^{1}/_{3}$ pl) es un intervalo de un *tono entero mayor (9/8).*

En *Concepción* la misma proporción de la interpilastra (30 pl y 22 $^{1}/_{2}$ pl) es de una *cuarta (4/3).*

De esta manera, Schmid logra dar un carácter específico a cada iglesia, variando las proporciones de base.

Caracter de tonalidades

Transformando las series numéricas de las medidas en escalas de sonidos, se nota otra diferencia significativa entre las iglesias. En el caso descrito (y para do = 12) corresponden al tono si bemol en San Rafael la medida de 20 $^{5}/_{6}$ pl, mientras que en San Javier la de 21 $^{1}/_{3}$ pl. La diferencia se explica por una particularidad de las escalas cromáticas: en la figura 1 se ve cómo los intervalos enteros y medios de tamaño desigual resultan de la división progresiva de la octava (al contrario de la formación de escalas con intervalos iguales); cambiando de tonalidad, las mismas notas no corresponden a la misma frecuencia (o al mismo lugar). Por ejemplo: La escala de do mayor empieza con un *tono entero mayor (9/8)* (do-re) y le sigue un *tono entero menor (10/9)* (re-mi); la escala de re mayor debe tener también en el primer paso (re-mi) un tono entero mayor, con el resultado que el mi de do mayor y el mi de re mayor no pueden ser idénticos.

Para la afinación de instrumentos musicales era necesario dejar el ideal de las tonalidades *fielmente cromáticas* y usar, con la ayuda de instrucciones especiales, medidas intermedias llamadas *«temperaturas».* Este método complicado y de gran importancia musical fue abandonado hacia el fin del siglo XVIII en favor de la *afinación templada* con intervalos de tamaño igual. Los caracteres de las tonalidades formaban parte de la expresión de las composiciónes que tenían que defenderse con la afinación nivelada de los instrumentos. Esa fue la intención de *J.S. Bach* con su *«Piano bien temperado»,* guiando a través de todas las 24 diferentes tonalidades cromáticas.

Tonalidades en la arquitectura de Schmid

De las medidas principales y de los tonos enteros correspondientes podemos deducir las tonalidades de las partes de cada edificio (véase tabla). En un examen completo de las iglesias se comprueban las escalas siguientes como base

Medidas de intercolumnios formando proporciones y tonos correspondientes

San Rafael *(La mayor)*:												
12	12 $^{1}/_{2}$	13 $^{1}/_{2}$	…	15	…	16 $^{2}/_{3}$	18	18 $^{3}/_{4}$	…	20 $^{5}/_{6}$	…	24
Do	Do$^{\#}$	(Re)	…	Mi	…	Fa$^{\#}$	Sol	La^{b}	…	Si^{b}	…	Do
San Javier *(Do mayor)*:												
12	…	13 $^{1}/_{2}$	…	15	16	…	18	…	20	21 $^{1}/_{3}$	22 $^{1}/_{2}$	24
Do	…	Re	…	Mi	Fa	…	Sol	…	La	(Si^{b})	Si	Do
Concepción *(La mayor)*:												
12	…	13 $^{1}/_{3}$	…	15	…	16 $^{2}/_{3}$	…	…	…	…	22 $^{1}/_{2}$	24
Do	…	Re	…	Mi	…	Fa$^{\#}$	…	…	…	…	Si	Do

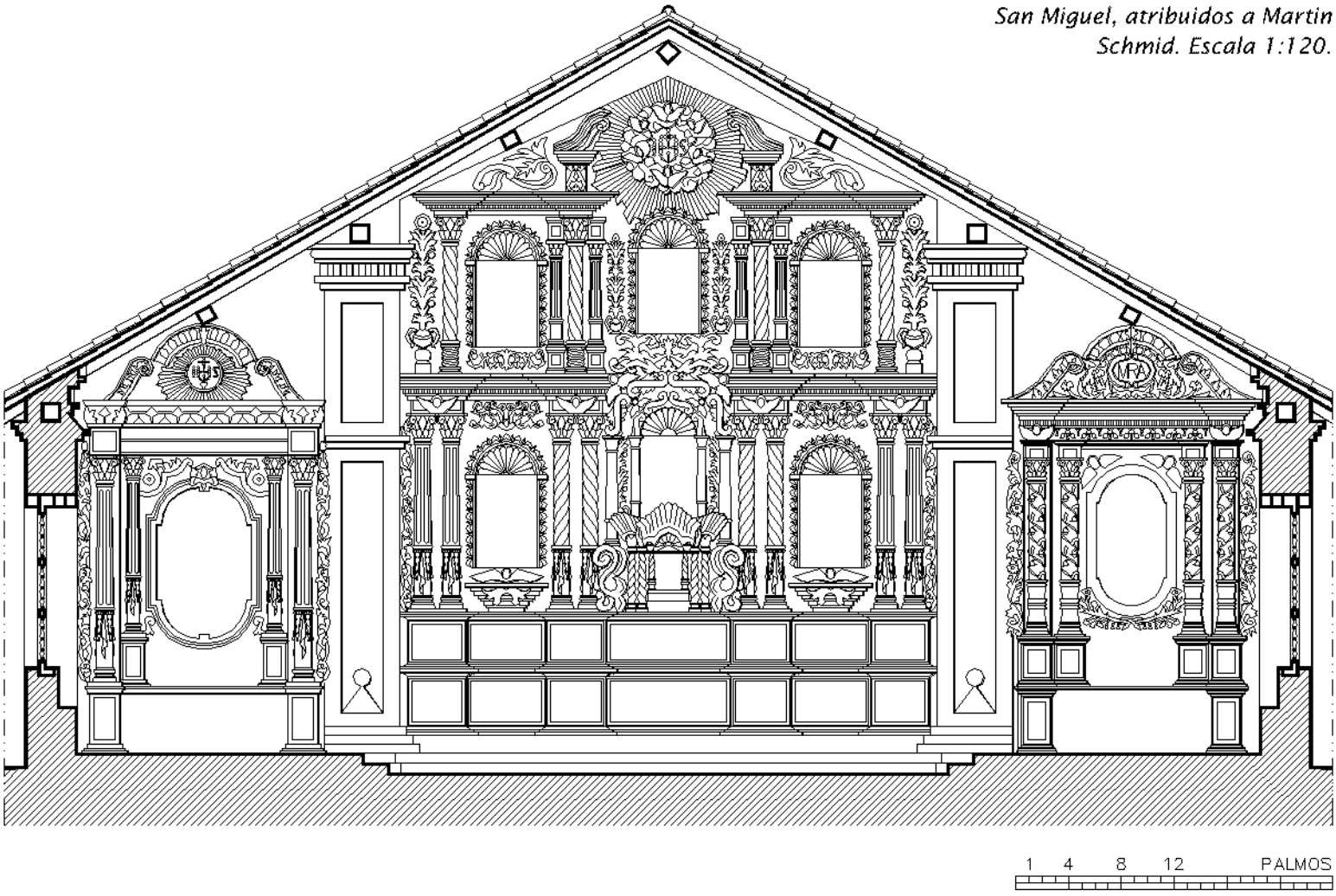


Figura 12: Retablos en la iglesia de San Miguel, atribuidos a Martin Schmid. Escala 1:120.

del sistema de medición respectivo: *en San Rafael las escalas do mayor, la mayor y fa mayor, en San Javier do mayor y fa mayor, y en Concepción do mayor y la mayor.* La fachada, el intercolumnio de la nave y el presbiterio de cada iglesia están en una sola tonalidad. En San Javier y en Concepción las tonalidades están entre sí en un orden jerárquico que corresponde a la valoración de las consonancias. Sin duda el uso de las *escalas de tonalidades cromáticas* es un invento Schmid. Un análisis similar confirma la atribución del retablo mayor de San Miguel a Martin Schmid (figura 12).

Conclusión

No se sabe si la *«mejora de múltiples cosas»* mencionada por Schmid se refiere a la relación de las tonalidades entre sí y a su pureza, o solamente a cambios consturctivos. Las series de medidas de sus edificios comprueban que Schmid habrá estimado el efecto de los principios musicales en la arquitectura. A través de los sentidos se despertó la *«inclinación natural»* de los indígenas hacia la música, transmitiendo los fenómenos matemáticos cuya revelación educaba hacia la razón.

Como músico, Schmid habrá visto la posibilidad de crear una síntesis completa entre *la proporción, el sistema de medición* y la *expre-*

sión artística en la arquitectura*,* comparable con el concierto de *escala y esquema*, *afinación,* estructura y *modo* en la música (Dahlhaus 1949). La transformación de tonalidades cromáticas en la arquitectura proporcionada no necesitaba templanza. Las posiciones desiguales de los tonos corresponden a medidas diferentes que nos permiten entrever las intenciónes del autor en cuanto a sus edificios. Un mérito especial de Martin Schmid es haberle dado al diseño arquitectónico la profundidad de la teoría musical del siglo XVIII. Su arquitectura y su música están subordinados a sus intenciones pedagógicas; su obra tan amplia es la expresión de una estética dirigida al mismo tiempo hacia los sentidos y al intelecto. El alma del arte lo sobrepasa.

Bibliografía referente a la teoría de la música

Boethius, Anicius Manlius 1872: De institutione musica libri quinque (siglo VI, Venezia 1592). Leipzig.

- **1876:** De institutione arithmetica libri duo (siglo VI). Leipzig.

Dahlhaus, Carl, 1949: Tonsysteme. En: Friedrich Blume editor, Musik in Geschichte und Gegenwart, 1949 y sig., tomo 13, columna 533 y sig. Kassel/Basel.

Dostrovsky, Sigalia y Cannon, John, 1987: Entstehung der musikalischen Ästhetik 1600-1750. En: Geschichte der Musiktheorie, tomo 6. Berlin.

Fellner, Stefan, 1993: Numerus Sonorus. Musikalische Proportionen und Zahlenästhetik in der Architektur der Jesuitenmissionen Paraguays am Beispiel der Chiquitoskirchen des P. Martin Schmid SJ, 1694 - 1772. Tesis doctoral. Berlin.

Fischer, Rainald 1988: Pater Martin Schmid SJ, 1694-1772. Seine Briefe und sein Wirken. Zug.

Fogliano, Ludovico 1529: musica theorica.

Hoffmann, Werner, 1981: Vida y obra del P. Martin Schmid S.J., 1694-1772. Buenos Aires.

Naredi-Rainer, Paul von, 1977: Musikalische Proportionen, Zahlenästhetik und Zahlensymbolik im architektonischen Werk L.B. Albertis. En: Jahrbuch des Kunsthistorischen Institutes der Universität Graz 12, pags. 80-277. Graz.

- **1982:** Architektur und Harmonie, Zahl, Mass und Proportion in der abendländischen Baukunst. Köln.

Kühne, Eckart, 1994: Dokumente zu Martin Schmid. En: Martin Schmid 1694-1772, Missionar – Musiker – Architekt (Catálogo de la exposición en Lucerna). Luzern.

Peramás, José Manuel, 1988: Martinus Schmid sacerdos (Peramás 1793, pags 405-460). Facsímile del original latín y traducción alemana. En: Fischer 1988, pags. 151-277.

Rempp, Frieder, 1989: Elementar- und Satzlehre von Tinctoris bis Zarlino. En: Geschichte der Musiktheorie, tomo 7, pags. 39-220. Berlin.

Schmid, Martin, 1981: Cartas. En: Hoffmann 1981, pags. 120-156. (Traducción incompleta de algunas cartas de Schmid)

- **1988:** Briefe. En: Fischer 1988, pags. 17-184.

Vitruvius Pollio, Marcus, 1964: De architectura libri decem, (~ 25 a.C). Übersetzt von C. Fensterbusch. Darmstadt.

Wittkower, Rudolf, 1949: Architectural Principles in the Age of Humanism. London.

Wolff, Christian, 1985: Oratio de Sinarum Philosophia Practica - Rede über die praktische Philosophie der Chinesen (1726). Übersetzt von M. Albrecht. Philosophische Bibliothek 734. Hamburg.

- **1738:** Psychologia empirica. Frankfurt, Leipzig.

Notas

[1] Alberti creó paralelamente al concepto de la «consonantia» musical el de la «concinnitas» arquitectónica para una armonía visual propria (Naredi-Rainer 1977:86).

[2] El monochordio es un instrumento de una cuerda con un puente movible, un precursor de la trompa marina (trompa de cuerdas) de origen oriental. Peramás lo llama «monochordon (Germonorum inventum)» (Peramás 1793: 431).

[3] Todavía en 1739 Leonhard Euler so ocupó en la posibilidad de la evaluación matemática de la consonacia y en el grado de parentesco de los acordes (Dostrovsky / Cannon 1987: 71 y sig.)

[4] Este tetracordio tiene un significado particular en la estética numérica por su relación al número diez: $1+2+3+4=10$ y $1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$.

[5] Véase la pizarra en el cuadro «Escuela de Atenas» de Rafael, de 1509-10, en la «Stanza della Segnatura» en el Vaticano (Naredi-Rainer 1982: 160).

[6] Desde el siglo XVII, una notación usual de los intervalos se hace en forma de fracciones impropias (2/1 en lugar de 1/2), lo que sigue la idea de frequencias de tonos, que están recíprocas a la longitud de la cuerda presionada en el monochordio. En lo siguiente se aplica esta notación.

[7] Ludovico Fogliano publicó en 1529 la afinación cromática pura de terceras en su «musica theorica». La octava (2/1) (do-do‘) se divide armónicamente en una quinta (3/2) y una cuarta (4/3) (do-sol-do‘). La division armónica de la quinta (3/2) conduce a las terceras (5/4) (do-mi) y (6/5) (mi-sol). La acción inversa conduce a una quinta (3/2) (fa-do‘) y a las terceras (5/4) (fa-la) y (6/5) (la-do‘). Los intervalos de los primeros pasos facilitan otros pasos más: re es la cuarta bajo sol (4/3), si es la tercera mayor sobre sol (5/4), si bemol la tercera menor sobre sol (6/5), etcétera. Los pasos dobles (re, si bemol) del modo menor se omiten aquí (Fellner 1993: 44; Rempp 1989: 106 y sig.).

[8] En contraposición a las proporcionalidades geométricas con proporciónes irracionales ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, tal vez la sección áurea y otras), que se usaba entre otros en la arquitectura gótica.

[9] Existe un número finito de triángulos pitagóricos con lados en números enteros, que sirven para el trazado de ángulos rectos: 3/4:5, 5/12:13, 7/24:25, 8/15:17, 12/35:37 y 20/21:29.

[10] Véase los títulos de otras obras de Wolff: «Philosophia practica universalis» (1703); Nociones elementales de todas las ciencias matemáticas (1710); «Elementa matheseos universae» (1713/15); Pensamientos razonables sobre Dios, el mundo, y el alma del hombre (1720); Pensamientos razonables sobre la vida social y especialmente sobre el carácter común (1721).